

A ÁLGEBRA COMO INSTRUMENTO DE REPRESENTAÇÃO E DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS RACIOCÍNIO ALGÉBRICO

FORMAÇÃO CONTÍNUA PARA DOCENTES DE MATEMÁTICA:

**WORKSHOP PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA REGIÃO AUTÓNOMA DO PRÍNCIPE
26 de Abril de 2022**

Nº registo Acção de Curta Duração: 03/2022 - GFCE

Madalena Cardoso – PAISE-STP

Teresa Neto – CIDTFF – Universidade de Aveiro



Programa de Apoio Integrado
ao Setor Educativo
de São Tomé e Príncipe



Raciocínio Algébrico e Conhecimento Didático - Matemático

Competências Gerais

Aptidões

Com a aprendizagem, neste ciclo, os alunos devem desenvolver a sua capacidade de:

- **resolver problemas** em contextos matemáticos e não matemáticos, adaptando, concebendo e pondo em prática estratégias variadas, discutindo as soluções encontradas e os processos utilizados;
- **raciocinar matematicamente**, formulando e testando conjecturas e generalizações, e desenvolvendo e avaliando argumentos matemáticos, incluindo cadeias dedutivas;
- **comunicar oralmente e por escrito**, recorrendo a linguagem natural e a linguagem matemática, interpretando, expressando e discutindo resultados, processos e ideias matemáticas.

Conhecimentos

No domínio cognitivo, as competências a serem desenvolvidas serão ao nível de quatro grandes temas matemáticos principais: Números e operações; Geometria; **Álgebra** e Organização e tratamento de dados.

ÁLGEBRA

Desenvolver nos alunos a linguagem e o pensamento algébricos, bem como a capacidade de interpretar, representar e resolver problemas usando procedimentos algébricos e de utilizar estes conhecimentos e capacidades na exploração e modelação de situações em contextos diversos.

Normas para a aprendizagem da álgebra

Os programas do ensino básico à 12ª classe deverão habilitar todos os alunos para:

Compreender padrões, relações e funções

Representar e analisar situações e estruturas matemáticas, usando símbolos algébricos

Usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas

Analisar a variação em diversos contextos

Estudo das estruturas

Simbolização

Modelação

Estudo da variação

Conteúdo algébrico escolar

Estrutural

Tem relação com equivalência, propriedades das equações, equações, ...

Funcional

Tem relação com padrão aritmético, padrão geométrico, função linear, função quadrática, ...

Modelacional

Tem relação com problemas de contexto, cuja solução envolve proposição, equação ou outra relação funcional

Operacional

Tem relação com o procedimento de resolver o problema, analogia, ...

Competências envolvidas na aprendizagem da Álgebra (Kieran, 2007)

- Competência de aplicar os conhecimentos algébricos na resolução de problemas;
- Competência de usar a linguagem algébrica na comunicação de ideias;
- Competência de raciocinar e analisar as informações dadas em linguagem algébricas;
- Conhecimento e entendimento dos conceitos e procedimentos algébricos;
- Disposição positiva para Álgebra.

Raciocínio algébrico (RA)

O raciocínio algébrico envolve:

- A capacidade de cálculo;
- A capacidade de trabalhar com estruturas matemáticas usando os símbolos algébricos na resolução de problemas;
- A capacidade de generalizar.

(Saraiva, Pereira & Berrincha, 2010)

O RA é associado o sentido do símbolo, entendido como a capacidade de interpretar e de usar de forma criativa os símbolos matemáticos na descrição de situações e na resolução de problemas.

(Arcavi, 2006)

Vertentes fundamentais do raciocínio algébrico

Representar

- Ler, compreender, escrever e operar com símbolos usando as convenções algébricas usuais;
- Traduzir informação representada simbolicamente para outras formas de representação (por objectos, verbal, numérica, tabelas, gráficos) e vice-versa;
- Evidenciar sentido de símbolo, nomeadamente interpretando os diferentes sentidos no mesmo símbolo em diferentes contextos.

Raciocinar

- Relacionar (em particular, analisar propriedades);
- Generalizar e agir sobre essas generalizações revelando compreensão das regras;
- Deduzir.

Resolver problemas e modelar situações

Usar expressões algébricas, equações, inequações, sistemas (de equações e de inequações), funções e gráficos na interpretação e resolução de problemas matemáticos e de outros domínios (modelação).

O trabalho com **sequências** – de figuras, números ou outro tipo de objectos – conduz naturalmente ao estudo de regularidades.

- desenvolve a capacidade de **estabelecer generalizações**, um aspecto fundamental do raciocínio algébrico;
- favorece o desenvolvimento da **capacidade de fazer representações**, quer através de diagramas e esquemas, quer usando a linguagem algébrica.

(Arcavi, 2006)

Generalizar significa continuar a linha de raciocínio para além do caso ou casos considerados, identificando de **forma explícita a regularidade entre casos**, ou elevando o raciocínio a um nível onde o foco deixa de estar nos casos ou na situação iniciais passando a centrar-se nos padrões, procedimentos, estruturas e relação entre eles.

Kaput (2008)

Etapas do raciocínio algébrico no processo de generalização

1ª etapa

Construção mental de regra geradora dos termos de um tema de matemática

2ª etapa

Escrita da regra em linguagem corrente

3ª etapa

Tradução da regra em simbologia algébrica

4ª etapa

Manipulação da generalização

(Rojano, 2002)

Etapas do raciocínio algébrico no processo de generalização (problema da sequência dos quadrados) (Godino et al., 2015)

A 1ª figura é composta por 6 quadrados, 2ª figura por 8 quadrados, 3ª figura por 10 quadrados, assim sucessivamente. Determine o padrão da sequência.

1ª etapa: Construção mental de regra geradora dos termos de sequência

Nº da figura	1	2	3	4	5	...
Nº de quadrados	6	8	10	12	14	...

+2 +2 +2 +2

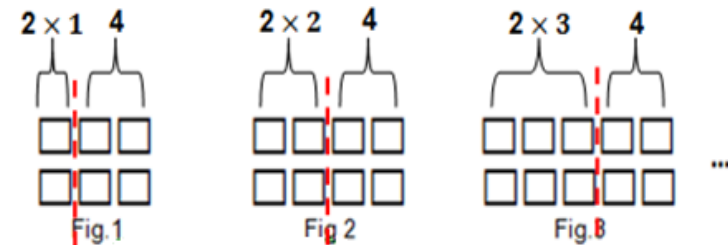
3ª etapa: Tradução da regra em simbologia algébrica

6, 8, 10, 12, 14, ... ← múltiplos de 2 superiores a 4

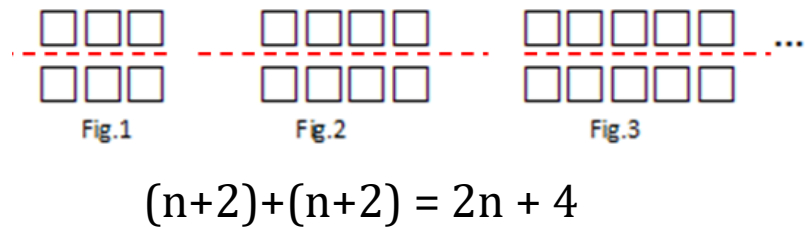
$$2n$$

$$2n + 4$$

2ª etapa: Escrita da regra em linguagem corrente



4ª etapa: manipulação da generalização





A Modelação no Processo de Aprendizagem da Matemática

Como traduzir uma situação da vida real por um modelo matemático?

Etapas do **processo de modelação**:

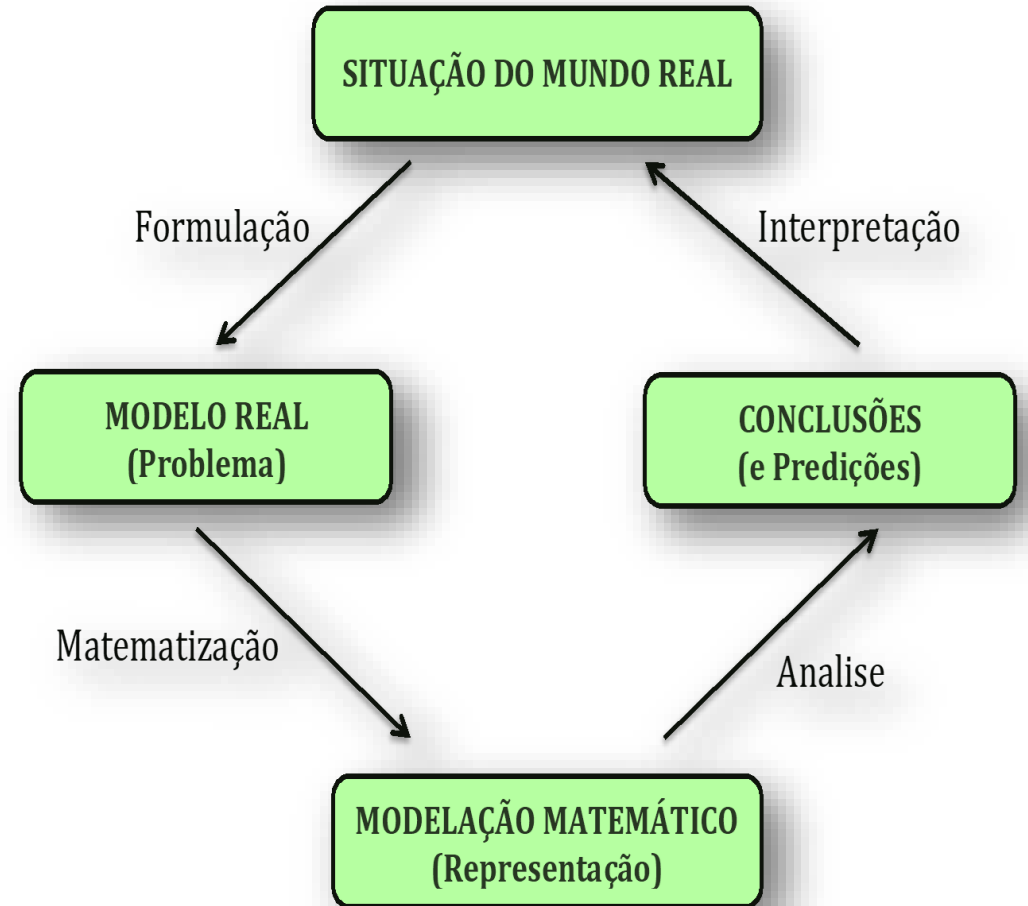
1. Formulação do problema

2. Matematização - seleção das variáveis fundamentais

3. Análise - avaliação do modelo

(no caso que não está considerado com o problema inicial, redefinir o problema, considerar novas variáveis, estabelecer novas relações, ou tentar novas vias de análise de matemática)

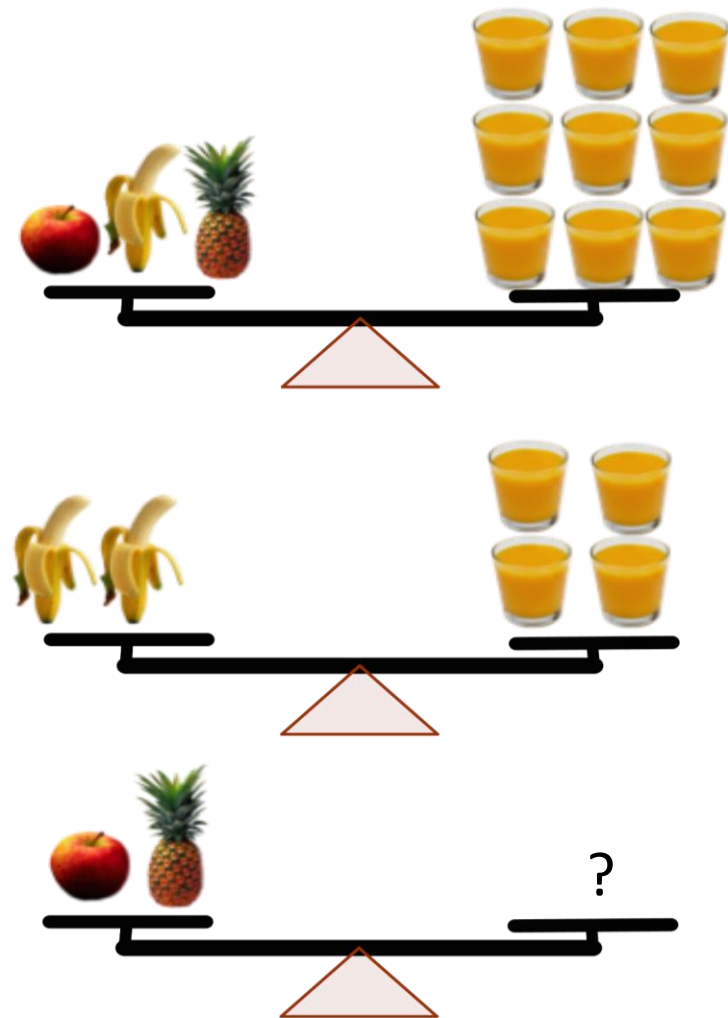
4. Interpretação – tirar conclusões



Exemplo 1: Frutas e sumos

Observe a figura do lado:

1. Quantos copos de sumo devemos colocar na terceira balança, para esta ficar equilibrada?
2. Que interpretação do “equilíbrio” está associado ao conhecimento matemático?
3. Quais são os conhecimentos algébricos envolvidos nesta tarefa?



Modelação matemática – Exemplo 1

Questão 1: Quantos copos de sumo devemos colocar na terceira balança, para esta ficar equilibrada?

Etapa 1 - Formulação de problema

Problema de balança em equilíbrio: calcular os copos que deve colocar na terceira balança.

Etapa 2 – Matematização

Sendo uma maçã designada por x , uma banana por y , e um ananás por z

1ª balança: maçã + banana + ananás = 9 copos

a matematização da 1ª balança é:

$$x + y + z = 9$$

2ª balança: 2 bananas = 4 copos

a matematização da 2ª balança é: $2y = 4$

3ª balança: maçã + ananás = ?

a matematização da 3ª balança é: $x + z = ?$

Etapa 3 – Análise

A tarefa envolve o conhecimento sobre o sistema das equações lineares

$$x + y + z = 9$$

$$2y = 4 \iff y = 2$$

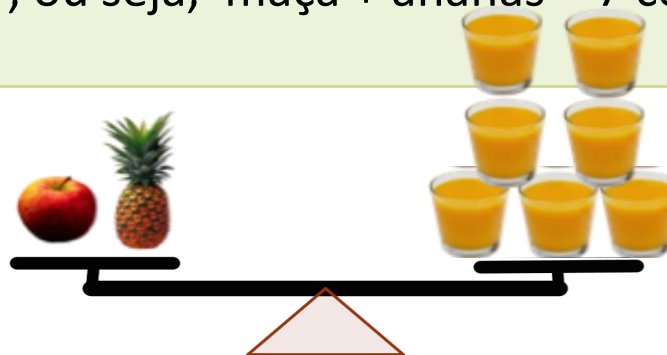
Substitui-se o valor de y na 1ª equação.

Assim a 1ª equação fica $x + 2 + z = 9$

Portanto $x + z = 7$

4. Interpretação

$x + z = 7$, ou seja, maçã + ananás = 7 copos



Modelação matemática – Exemplo 1

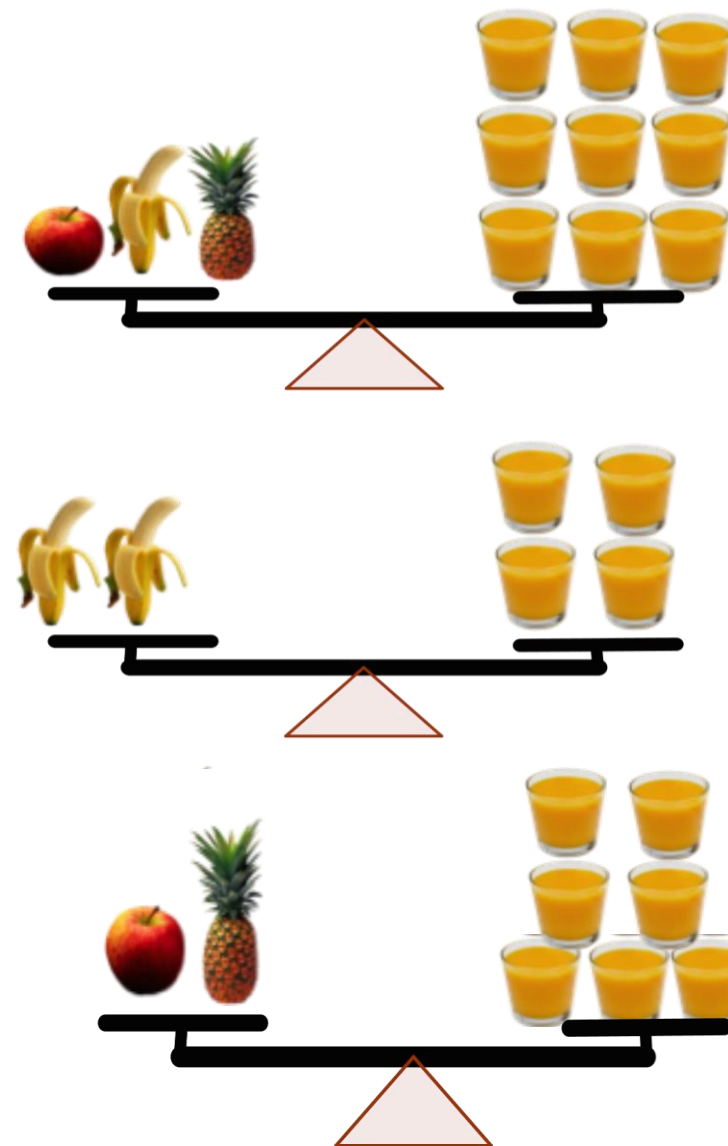
Questão 2: interpretação de “equilíbrio” e conhecimento matemático

Cada um dos membros de uma equação representa um prato da balança e os dois membros estão em “equilíbrio”.

O conhecimento matemático associado ao “equilíbrio” dos pratos da balança refere-se aos princípios de equivalência para a resolução de equações.

Questão 3: conhecimentos algébricos envolvidos nesta tarefa

- Ler, compreender, escrever e operar com símbolos usando as convenções algébricas usuais;
- Traduzir informação representada por objectos para a forma de representação algébrica (matematização);
- Evidenciar sentido de símbolo, nomeadamente interpretando os diferentes sentidos no mesmo símbolo em diferentes contextos (sinal de igual entre os dois membros de uma equação);
- Compreender os processos de resolução de sistemas de equações e ser capaz de os executar correctamente (análise);
- Interpretar a solução do sistema de equações de acordo com as condições dadas (interpretação).



Exemplo 2: Cadeiras e bancos

Há seis lugares entre cadeiras e bancos. As cadeiras têm quatro pernas e os bancos têm três. Há um total de 20 pernas. Quantas cadeiras e bancos existem?

O **aluno A** resolveu o problema da seguinte maneira:

- Suponha que há o mesmo número de cadeiras e bancos: $3 + 3 + 3 + 4 + 4 + 4$
- Como o resultado dá 21 pernas, excedendo 1 perna, uma cadeira (4 pernas) é trocada por um banco (3 pernas)
- Assim, obtemos 4 bancos e 2 cadeiras
 $3 + 3 + 3 + 3 + 4 + 4 = 20$ ou
 $4 \times 3 + 2 \times 4 = 20$, o que perfaz um total de 20 pernas

O **aluno B** resolveu o problema da seguinte maneira:

- Seja B o número de bancos e C o número de cadeiras. Como o total de bancos e cadeiras é igual a 6, então podemos escrever, $B + C = 6$.
- Por outro lado, o total de pernas é 20 (entre bancos e cadeiras), então temos, $3B + 4C = 20$.
- Mas $B + C = 6$, então $B = 6 - C$; donde, $3(6 - C) + 4C = 20$. Assim, $18 + C = 20$.
- Logo $C = 2$. Se $C = 2$, então $B = 4$.
- Temos 4 bancos e 2 cadeiras, um total de 20 pernas.

Exemplo 2: Cadeiras e bancos

Há seis lugares entre cadeiras e bancos. As cadeiras têm quatro pernas e os bancos têm três. Há um total de 20 pernas. Quantas cadeiras e bancos existem?

Neste exemplo parece haver algum consenso em aceitar que a solução do aluno A pode ser qualificada como aritmética, enquanto que a solução do aluno B pode ser classificada como algébrica.

O aluno B usa "letras" para representar quantidades desconhecidas, e opera com elas de acordo com certas regras para obter a solução. Em contraste, o aluno A opera directamente com números naturais específicos aos quais aplica operações aritméticas.

No entanto, o consenso sobre a consideração de uma actividade como algébrica ou aritmética nem sempre é tão generalizado.

- Podemos considerar como solução aritmética a actividade matemática que envolve apenas números e operações aritméticas?
- Podemos considerar como solução algébrica a actividade matemática que envolve apenas o uso de incógnitas, equações, símbolos de letras e operações com estes símbolos, tal como realizada pelo aluno B?

Modelação matemática – Exemplo 2

O **aluno C** resolveu o problema da seguinte maneira:

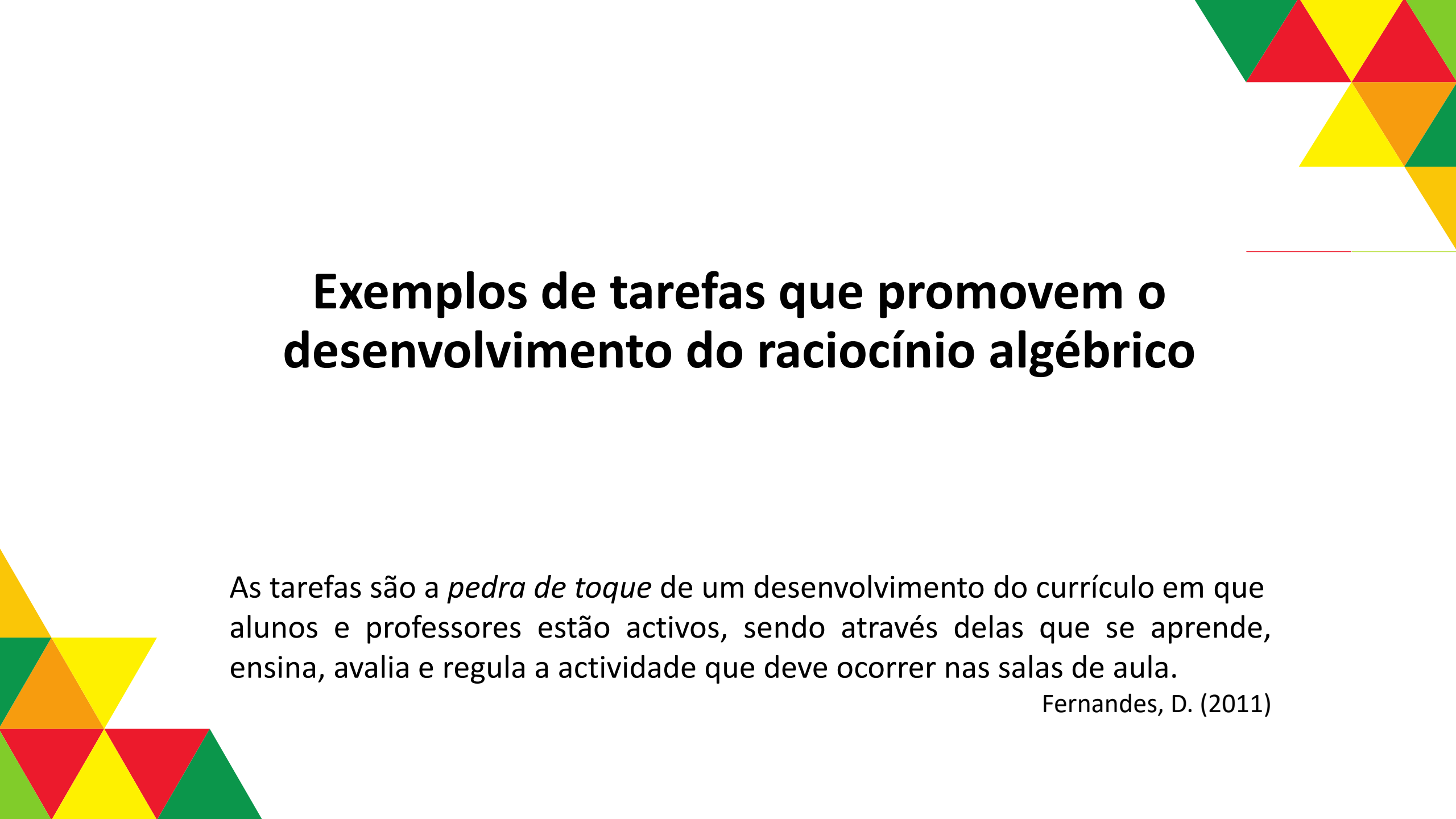
Sabendo que o número total de lugares é 6 e cada cadeira tem 4 pernas e os bancos 3, então podemos elaborar a **seguinte tabela com os casos possíveis**:

Nº de lugares	1	2	3	4	5	6
Cadeiras – Nº de pernas	4	8	12	16	20	24
Bancos – Nº de pernas	3	6	9	12	15	18

Então, devemos ter 2 cadeiras e 4 bancos, porque há 6 assentos no total ($2 + 4 = 6$) e o número total de pernas é de 20 ($8 + 12 = 20$).

Na **solução do aluno C** identificam-se **alguns aspectos da álgebra**:

- **Determinação de regras ou técnicas gerais:** para resolver problemas do mesmo tipo é suficiente aplicar a seguinte técnica geral: “É preciso construir uma tabela com tantas colunas como o número de lugares, e determinar qual das combinações possíveis fornece o número de lugares dados com o número exacto de pernas”.
- **Determinação de propriedades e proposições:** a tabela mostra o número de pernas que “proporciona” um, dois, três, etc. lugares de cada tipo. Assim, estas propriedades são as seguintes: “Se o número de pernas for ímpar, o número de bancos deve ser ímpar. Se o número de pernas for par, o número de bancos também é par. O número de pernas de um conjunto de cadeiras é sempre par. O número de pernas de um conjunto de cadeiras é múltiplo de 4, enquanto que o número de pernas de um conjunto de bancos é múltiplo de 3.”



Exemplos de tarefas que promovem o desenvolvimento do raciocínio algébrico

As tarefas são a *pedra de toque* de um desenvolvimento do currículo em que alunos e professores estão activos, sendo através delas que se aprende, ensina, avalia e regula a actividade que deve ocorrer nas salas de aula.

Fernandes, D. (2011)

Práticas lectivas para o desenvolvimento do raciocínio algébrico

Aulas bem estruturadas

Tarefas desafiadoras

Alunos a participar activamente na resolução e discussão das tarefas da aula

Feedback sistemático e de qualidade do professor para apoiar as aprendizagens dos alunos

O ensino exploratório quando bem articulado com a aprendizagem e a avaliação é o que:

- mais se adequa ao desenvolvimento do raciocínio algébrico;
- promove a participação dos alunos em sala de aula e o desenvolvimento da comunicação matemática.

Borralho, A. (2020)

Nota: para melhor conhecimento deste assunto, consulte o documento “*Ensino-Aprendizagem Exploratório da Matemática: Uma Abordagem Didáctica (Tarefas) & Sugestões Didácticas*” neste Repositório Digital.

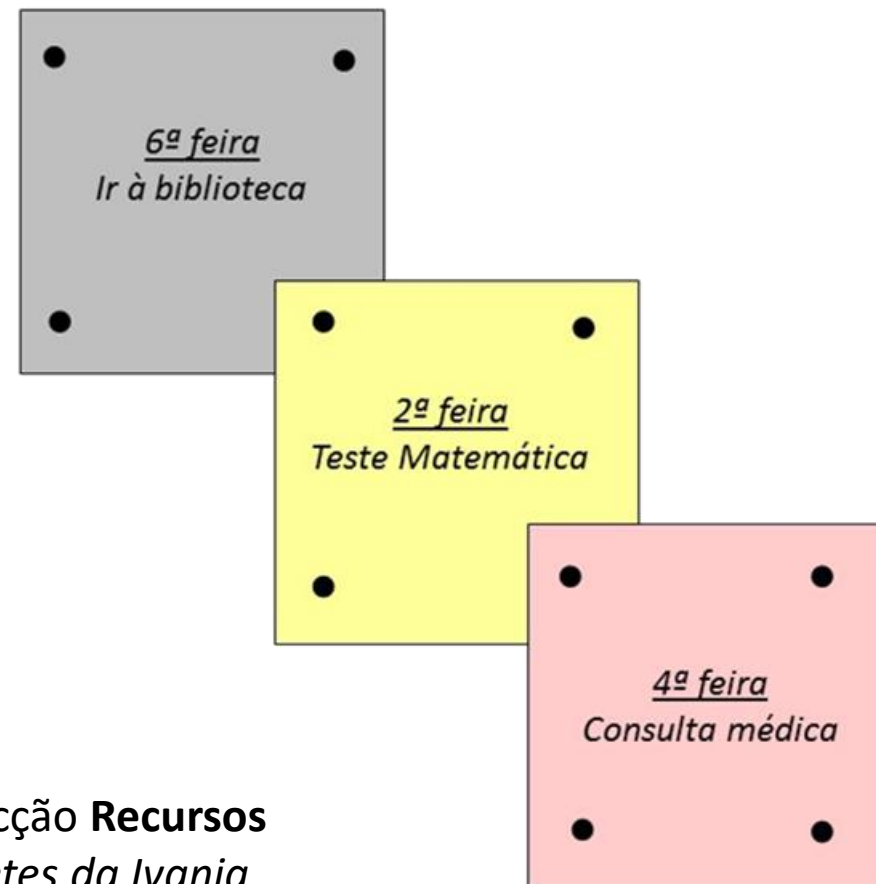
Exemplos de tarefas resolvidas – Tarefa 1

Tarefa 1 – Os lembretes da Ivânia

Para não se esquecer dos seus compromissos a Ivânia pendura lembretes num quadro, segurando-os com pioneses como mostra a figura.

Se a Ivânia continuar a pendurar os lembretes desta forma:

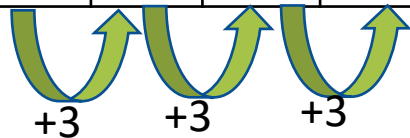
1. De quantos pioneses precisará para colocar no seu quadro 6 lembretes?
2. E se quiser pendurar 35 lembretes, de quantos pioneses precisará?
3. Se a Ivânia comprar uma caixa com 200 pioneses, quantos lembretes poderá pendurar, no máximo, no seu quadro?



Nota: Esta tarefa está disponível para implementação em sala de aula na secção **Recursos Didáticos** deste Repositório Digital: (*Sequências e regularidades: Os lembretes da Ivânia (tarefa de exploração matemática; a partir da 7ª classe)*).

Exemplos de tarefas resolvidas – Tarefa 1

Nº de lembretes	1	2	3	4	5	6	...
Nº de pioneses	4	7	10	13	16	19	...



Construção mental de regra geradora dos termos de sequência

6ª feira
Ir à biblioteca

2ª feira
Teste Matemática

4ª feira
Consulta médica

Esta estratégia resulta para uma **generalização próxima.**

Lembretes	Nº Pioneses	
1	4	$1 \times 3 + 1$
2	7	$2 \times 3 + 1$
3	10	$3 \times 3 + 1$
4	13	$4 \times 3 + 1$
...
35	106	$3 \times 35 + 1$
...
n	$3n+1$	$3 \times n + 1$

Escrita da regra em linguagem corrente: múltiplos de 3 adicionados de uma unidade

E para 35 lembretes?

E para qualquer número de lembretes?

Tradução da regra em **simbologia algébrica** : $3n + 1$

Exemplos de tarefas resolvidas – Tarefa 1

Após a descoberta da regra podemos resolver a questão 3: quantos lembretes poderá a Ivânia colocar com 200 pioneses.

Esta questão além de requerer uma **generalização distante** envolve ainda a **reversibilidade de pensamento**.

Na expressão $3n+1$; n representa a variável independente, o número de lembretes.

Assim:

$$3n+1 = 200$$

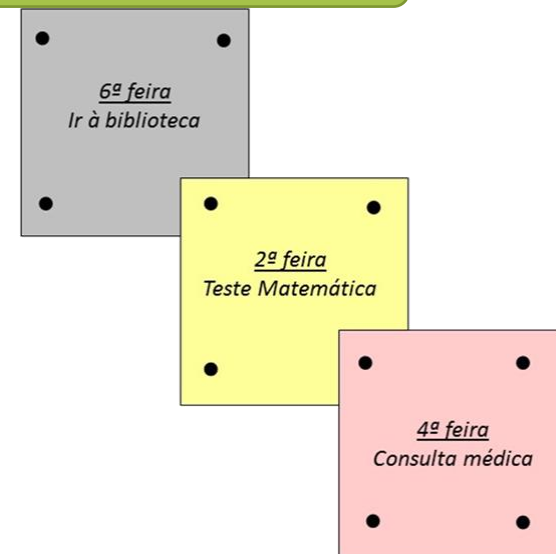
$$3n = 199$$

$$n = 199 : 3$$

Ora 199 não é divisível por 3. Oportunidade para os alunos relembrem o algoritmo da divisão inteira.

$$\begin{array}{r} 199 \quad | \quad 3 \quad \underline{\hspace{1cm}} \\ - 18 \quad 66 \\ \hline 019 \\ - 18 \\ \hline 1 \end{array}$$

Com uma caixa de 200 pioneses ela poderá colocar no máximo 66 lembretes e sobra 1 pionés.



O trabalho com sequências:

- desenvolve a capacidade de **estabelecer generalizações**, um aspecto fundamental do raciocínio algébrico;
- favorece o desenvolvimento da **capacidade de fazer representações**, quer através de diagramas e esquemas, quer usando a linguagem algébrica.

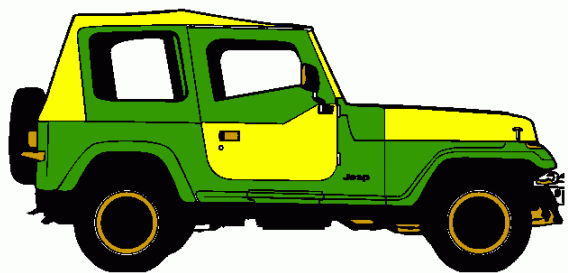
Exemplos de tarefas resolvidas – Tarefa 2

Tarefa 2 – O camião e o jipe

De um armazém saiu um camião com sacos de cacau para carregar num barco.

Uma hora mais tarde deu-se conta que ficaram esquecidos no armazém dois sacos de cacau. De imediato, um funcionário da empresa saiu num jipe com os sacos esquecidos e foi atrás do camião.

Supondo que o camião viaja a 40 km/h e o jipe a 60 Km/h, a que distância do armazém vai o jipe encontrar-se com o camião?



Nota: Esta tarefa está disponível para implementação em sala de aula na secção **Recursos Didáticos** deste Repositório Digital: (*Álgebra e Funções: O camião e o jipe (tarefa de exploração matemática; a partir da 9ª classe)*).

Exemplos de tarefas resolvidas – Tarefa 2

Tarefa 2 – O camião e o jipe

Estratégia 1: Vamos construir uma tabela que contenha as seguintes entradas: tempo em horas e espaço percorrido pelo camião e pelo jipe ($e = v \times t$). Completa-se a tabela com os dados disponíveis no enunciado.

	Tempo (hora)	0 h	1h	2h	3h	4h
Espaço percorrido (km)	Camião	0	40	80	120	160
	Jipe	0	0	60	120	180

Da leitura da tabela, conclui-se que o camião e o jipe se encontram a 120 km do armazém.

Nota: 2ª etapa do raciocínio algébrico: escrita das regras em linguagem corrente.

Nesta solução identificam-se certos aspetos da álgebra: organização da tabela e determinação da regra para determinar ao fim de quantos quilómetros é que as viaturas se encontram.

Exemplos de tarefas resolvidas

Tarefa 2 – O camião e o jipe

Estratégia 2 – solução algébrica

1ª etapa: tradução do problema em simbologia algébrica

Vamos escrever uma expressão algébrica que relacione o espaço percorrido por cada veículo em **função** do tempo e da velocidade.

Explorar a noção de função e de variável: variável independente (tempo), variável dependente (espaço percorrido).

- Vamos designar o tempo do camião por **(t)**, o tempo do jipe será **(t - 1)** porque o jipe saiu uma hora depois do camião e o espaço por **(e)**. A velocidade do camião é 40 km/h e a do jipe 60km/h. Então:
 - Camião: **$e = 40 t$**
 - Jipe: **$e = 60 (t - 1)$** ou **$e = 60t - 60$**
- Obtiveram-se **duas funções**:
 - $e = 40 t$ (função linear ou de proporcionalidade directa)
 - $e = 60t - 60$ (função afim)

Nota: 3ª etapa do raciocínio algébrico: tradução das regras em simbologia algébrica

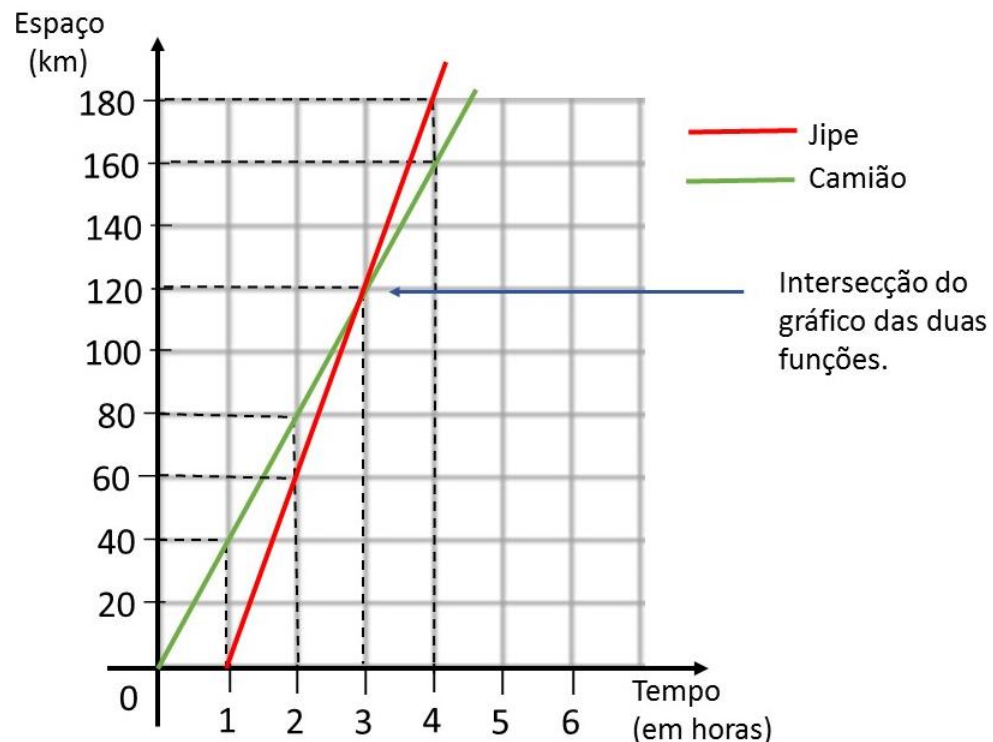
Exemplos de tarefas resolvidas

Tarefa 2 – O camião e o jipe

Estratégia 2: solução algébrica

2ª etapa: representação gráfica da simbologia algébrica

- Vamos representar no mesmo referencial estas duas funções (os valores das funções já estão calculados na tabela).



Qual é o significado, no contexto do problema, do ponto de intersecção das duas rectas?

É onde o camião e o jipe se encontram, a 120 km do armazém.

Exemplos de tarefas resolvidas

Tarefa 2 – O camião e o jipe

Estratégia 2: solução algébrica

Considerar as duas funções em simultâneo (conjunção de condições: sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas) e resolvê-lo.

$$e = 40t$$

$$e = 60t - 60$$

$$\begin{cases} e = 40t \\ e = 60t - 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{-----} \\ 60t - 60 = 40t \end{cases}$$

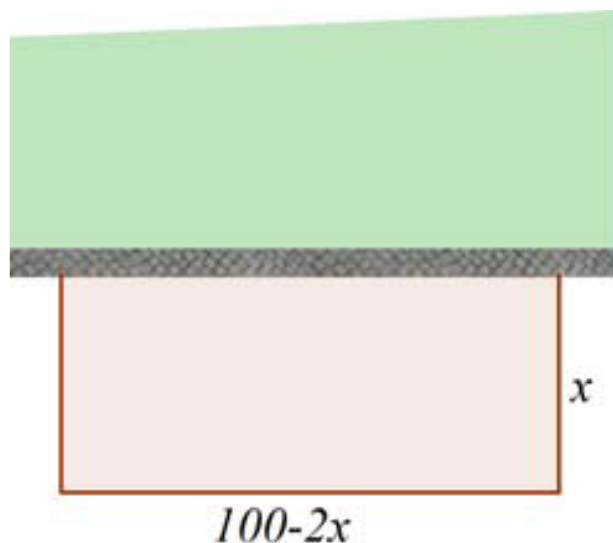
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{-----} \\ 60t - 40t = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{----} \\ 20t = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{----} \\ t = \frac{60}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e = 40 \times 3 \\ t = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e = 120 \\ t = 3 \end{cases}$$

Solução do problema: O camião e o jipe encontram-se a 120 km do armazém.

Exemplos de tarefas resolvidas – Tarefa 3

Tarefa 3 – Vedar um terreno

O Sr. Armando quer vedar três lados de um terreno de forma rectangular, com uma rede com 100 m de comprimento, como mostra a figura.



Determine o valor que x deve ter para que a área do terreno seja de 1200 m^2 .

Adaptado de:

Ponte, J.P., Branco, N., Matos, A. (2009) – *Álgebra no Ensino Básico*. DGIDC. Ministério da Educação

Nota: Esta tarefa está disponível para implementação em sala de aula na secção **Recursos Didáticos** deste Repositório Digital: (*Álgebra e Funções: Vedar um terreno (tarefa de exploração matemática; a partir da 9ª classe)*).

Exemplos de tarefas resolvidas – Tarefa 3

Tarefa 3 – A área do terreno

Estratégia 1: Construir uma tabela e atribuir valores a x até encontrarem a área de $1200 m^2$.

Largura (x)	Comprimento ($100-2x$)	Área (m^2)
5	$100 - (2 \times 5) = 90$	450
10	$100 - (2 \times 10) = 80$	800
18	$100 - (2 \times 18) = 64$	1152
20	$100 - (2 \times 20) = \mathbf{60}$	1200
25	$100 - (2 \times 25) = 50$	1250
30	$100 - (2 \times 30) = \mathbf{40}$	1200

Existem dois rectângulos com área de $1200 m^2$, um 60×20 e outro 40×30 . De acordo com as condições do problema ambas as soluções estão correctas, ou seja, os 100m de rede são suficientes para vedar o terreno com $1200 m^2$ de área : $60 + 20 \times 2 = 100$ e $40 + 30 \times 2 = 100$.

O facto de os alunos encontrarem soluções diferentes pode enriquecer a apresentação e discussão do problema.

De realçar que os alunos também podem chegar a estes resultados através de cálculos numéricos num processo de tentativa e erro.

Exemplos de tarefas resolvidas – Tarefa 3

Tarefa 3 – A área do terreno

Estratégia 2: Representar a área do rectângulo através das expressões algébricas do comprimento $(100 - 2x)$, da largura (x) e da área do terreno 1200 m^2 . Obtém-se uma equação do 2º grau que é resolvida através da fórmula resolvente.

$$(100 - 2x)x = 1200$$

$$-2x^2 + 100x - 1200 = 0$$

$$x = \frac{-100 \pm \sqrt{100^2 - 4(-2)(-1200)}}{2(-2)}$$

$$x = \frac{-100 \pm \sqrt{10000 - 9600}}{-4}$$

$$x = \frac{-100 \pm \sqrt{400}}{-4}$$

$$x = \frac{-100 \pm 20}{-4}$$

$$x = 30 \vee x = 20$$

Considerando $x = 30$:

Largura 30m e comprimento 40 m ($30 \times 2 + 40 = 100$)

Considerando $x = 20$:

Largura 20m e comprimento 60m ($20 \times 2 + 60 = 100$)

Os alunos devem ser motivados para apresentar as soluções relativas ao contexto do problema e não apenas as soluções da equação de 2º grau.

Finalizando e refletindo

Em 2017, os alunos da 9ª e da 12ª classes realizaram provas de avaliação aferida a Matemática (AALES). O desempenho médio foi baixo (28,7% de acertos na 9ª classe e 19,8% na 12ª), mas o tema matemático onde se verificaram desempenhos mais fracos foi o de “Álgebra e Funções: 19,1% na 9ª classe e 9% na 12ª classe.

Para reflexão:

Que factores da prática lectiva dos docentes estarão a contribuir para níveis de desempenho ainda mais baixos no tema “Álgebra e Funções”

O documento curricular “**Aprendizagens Essenciais de Matemática**” orienta para uma **abordagem da álgebra** informal, contextualizada e interligada com outros temas matemáticos abordados em detrimento do cálculo algébrico ser trabalhado como um fim.

A Álgebra é um dos temas que, a par com as Capacidades Transversais, são considerados fundamentais, ao longo de toda a escolaridade.

Nota: Para maior conhecimento sobre os resultados da AALES e as “Aprendizagens Essenciais de Matemática” consulte o documento “*Introdução às Aprendizagens Essenciais (Mat.) e Perfil do Aluno Santomense*” neste

Referências bibliográficas

Borrvalho, A. (2020). *Tarefas e comunicação na sala de aula de Matemática como centro da mudança curricular (PPT)*. Documento de trabalho. Universidade de Évora.

Fernandes, D. (2011). *Articulação da aprendizagem, da avaliação e do ensino: Questões teóricas, práticas e metodológicas*. In M.P. Alves e J.-M. De Ketele (Orgs.), *Do currículo à avaliação, da avaliação ao currículo*, pp. 131-142. Porto: Porto Editora
<https://repositorio.ul.pt/handle/10451/6988>

Kaput, J. (2008). What is Algebra? What is algebraic reasoning?. In J. Kaput, D. Carraher, & M. Blanton (Eds.), *Algebra in the Early Grades* (pp. 5-17). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Kieran, C. (2007). Developing algebraic reasoning: The role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels. *Quadrante*, 16(1), 5-26.

Neto, T. (2022). *A Álgebra como meio de representação; A Álgebra como um instrumento de resolução de problemas*. Documento de trabalho. Universidade de Aveiro.

Godino, J.D., Neto, T., Wilhelmi, M.R., Aké, L., Etchegaray, S., & Lasa, A. (2015), Algebraic reasoning levels in primary and secondary education. Paper presented in *Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education - CERME 9*.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM. (consultado em https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3008/1/05-Ponte_GTI-tarefas-gestao.pdf)

Ponte, J. P., Branco, N., Matos, A. (2009) – *Sequências e Funções - Materiais de apoio ao professor com tarefas para o 3.º ciclo – 7.º ano*. DGIDC. Ministério da Educação (consultado em https://mat.absolutamente.net/joomla/images/recursos/documentos_curriculares/3ciclo/a_sequencias_funcoes.pdf)